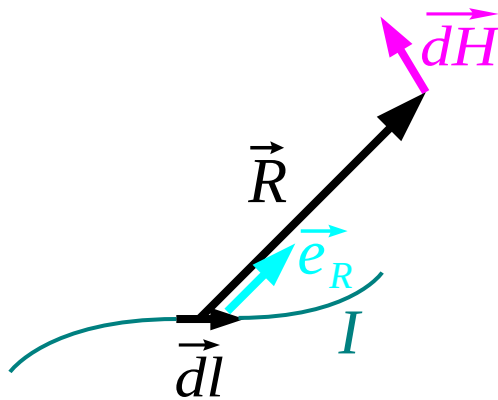


Laplace elemi törvénye, Biot-Savart-törvény

Analógia: elektromos töltés (Q) elektromos teret ($\textcolor{green}{E}$) kelt,
most az elektromos áram ($\textcolor{teal}{j}$) mágneses teret ($\textcolor{violet}{H}$) kelt.

Először nézzük az áramjárta vezető egy kis, dl hosszú szakaszának terét:



$$\textcolor{violet}{dH} = \frac{\textcolor{teal}{I}}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{e}_R}{R^2}, \text{ ez Laplace elemi törvénye}$$

Ha az egész vezető terére kíváncsiak vagyunk: szuperpozíció (integrál)

$$\vec{H} = \int \vec{dH} = \frac{1}{4\pi} \int I \frac{\vec{dl} \times \vec{e}_R}{R^2}, \text{ ez a Biot-Savart-törvény}$$

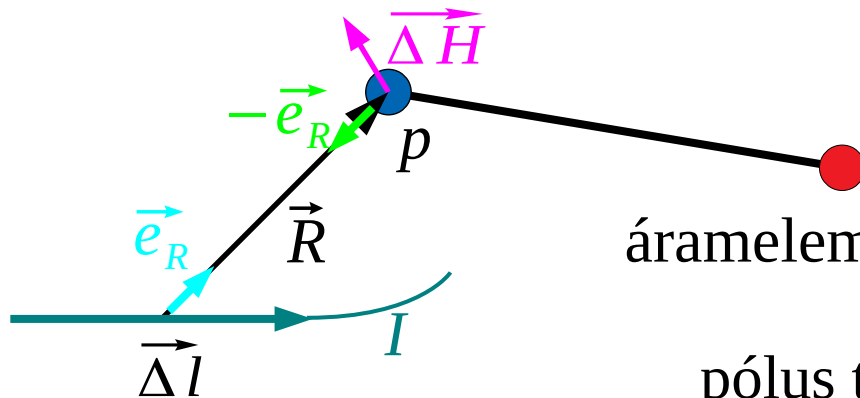
Beugró

megj.: levezethető a Maxwell-egyenletekből is

A mágneses tér hatása áramjárta vezetőre

láttuk: az áram tere hat az iránytűre

Newton III. => az iránytű tere is hat a vezetőre



$$\text{áramelem tere: } \vec{\Delta H} = \frac{I}{4\pi} \frac{\vec{\Delta l} \times \vec{e}_R}{R^2}$$

$$\text{áramelem által a pólusra ható erő: } \vec{F}_{\Delta l \rightarrow p} = p \vec{\Delta H}$$

$$\text{pólus tere az origóban: } \vec{H}(p) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p}{R^2} (-\vec{e}_R)$$

pólus mágneses tere által a vezetőre kifejtett erő:

$$\vec{\Delta F} = \vec{F}_{p \rightarrow \Delta l} = -\vec{F}_{\Delta l \rightarrow p} = -p \frac{I}{4\pi} \frac{\vec{\Delta l} \times \vec{e}_R}{R^2} = I \vec{\Delta l} \times \underbrace{\frac{1}{4\pi} \frac{p}{R^2} (-\vec{e}_R)}_{=\mu_0 \vec{H} = \vec{B}} = I [\vec{\Delta l} \times \vec{B}]$$

A Δl hosszú vezető szakaszra ható erő:

$$\boxed{\vec{\Delta F} = I [\vec{\Delta l} \times \vec{B}]} \quad \text{FIB-szabály vagy FBI-szabály}$$

Beugró

Kísérlet a FIB-szabályra

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Fájl:Magneses_ter_1.ogv

Homopolár motor:

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Fájl:Homopolar_motor.ogv

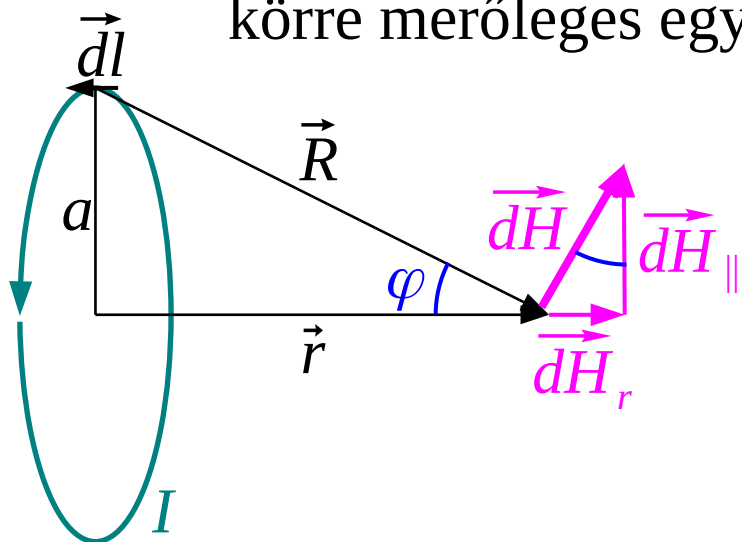
Köráram mágneses tere

gyakorlatban vezető hurok: zárt görbe, kivéve az áram oda- és elvezetését
 legyen egy a sugarú kör, csak a középpontján átmenő,
 körre merőleges egyenes mentén nézzük a távoli mágneses teret

szimmetria $\Rightarrow \vec{dH}_{\parallel}$ -ok kiejtik egymást

Laplace elemi törvénye: $\vec{dH} = \frac{I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{e}_R}{R^2}$

$\vec{dl} \perp \vec{e}_R \Rightarrow dH = \frac{I}{4\pi} \frac{dl}{R^2}$ nagyságú



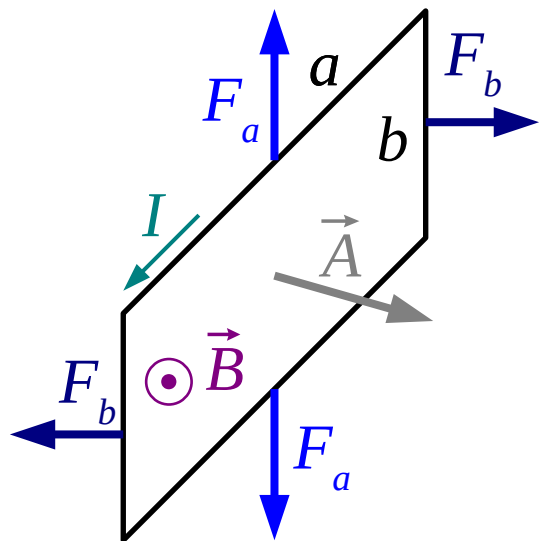
$$dH_r = dH \sin \varphi = \frac{I}{4\pi} \frac{dl}{R^2} \frac{a}{R} = \frac{I}{4\pi} \frac{a}{(r^2 + a^2)^{3/2}} dl$$

$$H = \int_{\text{kör}} dH_r = \int_{\text{kör}} \frac{I}{4\pi} \frac{a}{(r^2 + a^2)^{3/2}} dl = \frac{I}{4\pi} \frac{a}{(r^2 + a^2)^{3/2}} \underbrace{\int_{\text{kör}} dl}_{=K=2\pi a} = \frac{I}{4\pi} \frac{2a^2\pi}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\begin{array}{c} r \gg a \text{ és} \\ \overrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ a^2 \pi = A \end{array} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{2IA}{r^3} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2(\mu_0 IA)}{r^3} \quad \text{irány: jobbkéz-szabály} \quad \boxed{V15}$$

Vezető keretre ható erő és forgatónyomaték

- homogén $\mathbf{B}$ térben
- téglalap alakú keret
- legyen az egyik oldalpár merőleges $\mathbf{B}$ -re



erők FIB-szabály alapján,

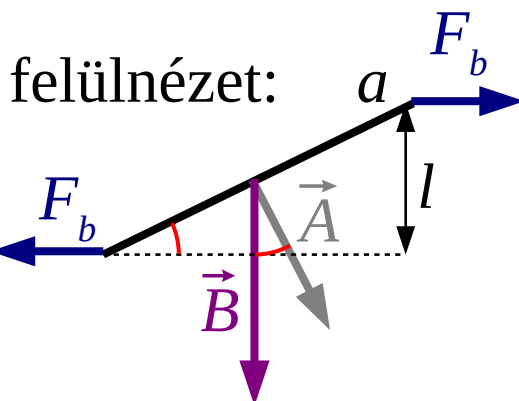
F_a erőpár: $\Sigma F=0, M=0$

F_b erőpár: $\Sigma F=0, M \neq 0$

$$F_b = |I [\vec{\Delta} l \times \vec{B}]| = I b B$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_e = \vec{0}}$$

erőpár forgatónyomatéka: $M = F_b l = F_b a \sin \varphi =$
 $= I b B a \sin \varphi = I (ab) B \sin \varphi = I A B \sin \varphi = |I [\vec{A} \times \vec{B}]|$



$$\boxed{\vec{M} = I [\vec{A} \times \vec{B}]}$$

V10

megj.: tetszőleges alakú vezető hurokra ez a forg.ny.

$$\text{vákuumban } \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \Rightarrow \vec{M} = [(\mu_0 I \vec{A}) \times \vec{H}]$$

Kísérlet a forgatónyomatékra

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Mágneses_tér_hatása_vezetőkeretre

Köráram, mint mágneses dipólus

mágneses dipólus az elektromos dipólus analógiájára

$\epsilon_0 \rightarrow \mu_0$, $\vec{E} \rightarrow \vec{H}$ és $\vec{p} \rightarrow \vec{m}$ cserékkel

	távoltère	homogén térben a rá ható	
		eredő erő	forгатónyomaték
dipólus	$\vec{H} = \frac{1}{4 \pi \mu_0} \frac{2 \vec{m}}{r^3}$	$\vec{F} = \vec{0}$	$\vec{M} = [\vec{m} \times \vec{H}]$
köráram	$\vec{H} = \frac{1}{4 \pi \mu_0} \frac{2 (\mu_0 I \vec{A})}{r^3}$	$\vec{F} = \vec{0}$	$\vec{M} = [(\mu_0 I \vec{A}) \times \vec{H}]$

$\boxed{\vec{m} = \mu_0 I \vec{A}}$ mágneses dipólmomentumnak feleltethető meg a köráram

B mérése magnetométerrel

magnetométer: n menetes lapos tekercs, erre $\vec{M} = n I [\vec{A} \times \vec{B}]$

$$|\vec{M}| = n I A B \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \text{ stabil} \\ \Rightarrow \alpha = \pi \text{ instabil}$$

1.) iránya: megkeressük a stabil egyensúlyi helyzetet, ekkor $\vec{A}$ és $\vec{B}$ ugyanabba az irányba mutat

2.) nagysága: $\vec{A}$ -t $\vec{B}$ -re merőlegesen állítjuk, ekkor a forgatónyomaték maximális

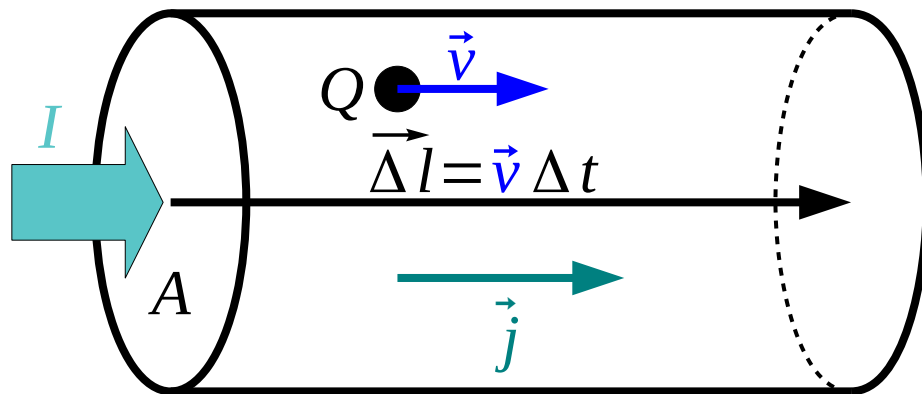
$$M_{\max} = n I A B \Rightarrow |B| = \frac{M_{\max}}{n I A}$$

Az elektromágneses tér hatása mozgó töltésre

elektromágneses tér:

- elektromos tér, $\vec{F} = Q \vec{E}$
- mágneses tér, hat-e a töltésre?
 - ♦ álló töltésre nem hat
 - ♦ áramra igen, áram=töltéshordozók mozgása
 - ♦ mozgó töltésre is hatnia kell

Az elektromágneses tér hatása mozgó töltésre



áramelem Δt idő alatt

$\vec{\Delta l} = \vec{v} \Delta t$ hosszú,

Q töltés van benne, $I = \frac{Q}{\Delta t}$

$$I \vec{\Delta l} = \frac{Q}{\Delta t} \vec{v} \Delta t = Q \vec{v}$$



FIB-szabályból indulunk:

$$\vec{\Delta F} = I [\vec{\Delta l} \times \vec{B}] = [(I \vec{\Delta l}) \times \vec{B}] = [(Q \vec{v}) \times \vec{B}] = Q [\vec{v} \times \vec{B}]$$

A mágneses térben a mozgó töltésre ható erő: $\vec{F}_{mágn} = Q [\vec{v} \times \vec{B}]$ Beugró

Az elektromágneses térben a mozgó töltésre ható erő: $\vec{F}_{EM} = Q (\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}])$

Ez a **Lorentz-féle erőtvény**.

Kísérlet: https://fizipedia.bme.hu/index.php/Katódsugarak_III.

Töltés mozgása homogén mágneses térben

a töltésre ható erő: $\vec{F} = Q[\vec{v} \times \vec{B}]$, legyen $\vec{v} \perp \vec{B}$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} \perp \vec{v} \text{ mindig} \\ |\vec{F}| = QvB \end{array} \right\} \Rightarrow \text{körmozgás}$$

$$F = QvB = ma_{cp} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{QB}$$

$$\text{a periódusidő } T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{QB} = \frac{2\pi m}{QB}$$

$$T = \frac{2\pi m}{QB}$$

V10

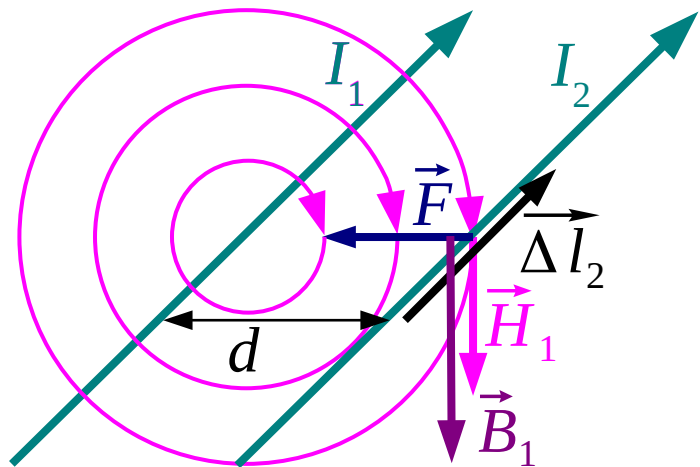
a periódusidő független:

- a sugártól
- a sebességtől

ha $\vec{v}$ és $\vec{B}$ nem merőlegesek, akkor spirális pályán mozog

Az áramok közötti erőhatás

áram körül mágneses tér, ez hat a másik áramra



$$I_1 \text{ mágneses tere: } H_1 = \frac{I_1}{2d\pi}$$

$$\text{vákuumban } \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{H}_1$$

$$\text{FIB-szabály } I_2\text{-re: } \vec{\Delta F}_2 = I_2 [\vec{\Delta l}_2 \times \vec{B}_1]$$

$$|\vec{\Delta F}_2| = I_2 \cdot \Delta l_2 \cdot B_1 = I_2 \cdot \Delta l_2 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2d\pi} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\Delta l_2}{d} I_1 I_2$$

ált. 2 || vezető d távolságra, Δl hosszú szakaszukon a **vonzóerő**:

$$\Delta F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\Delta l}{d} I_1 I_2$$

azonos irányú áramoknál vonzás,
ellentétes iránynál taszítás

Kísérlet:

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Áramvezetők_közötti_erőhatás_egyenárammal

Amper definíciója

SI alapegység nem a Coulomb, hanem az Amper

régi def. (2019.05.20-ig): 2 ||, hosszú, egyenes vezető vákuumban, egymástól $d=1$ m távolságra, $I_1=I_2$, ha $\Delta l=1$ m hosszú szakaszuk között $\Delta F=2 \cdot 10^{-7}$ N, akkor $I_1=I_2=1$ A.

$$\mu_0 \text{ számolható: } 2 \cdot 10^{-7} \text{ N} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{VAs}}{\text{m}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{1} \frac{\text{m}}{\text{m}} 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \text{ egzaktul!}$$

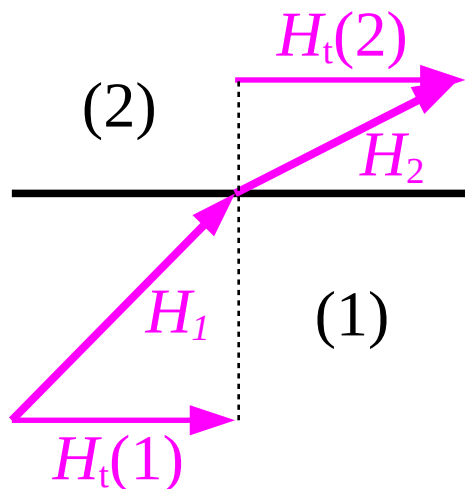
új definíció: elemi töltés rögzítve, $e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ As (0 hibával!)

$\Rightarrow 1$ A: ha 1 s alatt $\frac{1}{e} = 6,241\,509\,07 \cdot 10^{18}$ db. e^- megy át

következmény: μ_0 nem egzakt, van hibája

Határfeltételek két különböző anyag határfelületén

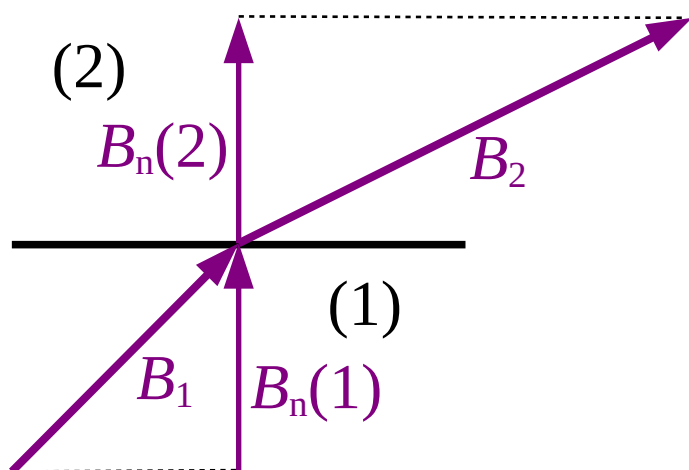
mint az elektrosztatikában



$$H_t(2) = H_t(1)$$

$$\left(\oint_G \vec{H} \cdot d\vec{r} = I = 0 \text{ egyenletből} \right)$$

Beugró



$$B_n(2) = B_n(1)$$

$$\left(\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \text{ egyenletből} \right)$$

Beugró

A példán 2 LIH anyag, $\mu_2 > \mu_1$

H és B mérése anyagi közegben

- szilárd anyag: üreget kell vágni
- analógia: E és D mérése
- H méréséhez H -val párhuzamos üreg, abba szolenoid, abba nulldetektor
- B méréséhez B -re merőleges üreg, abba magnetométer

Köszönöm a figyelmet!