

4. statisztikus fizika gyakorlat

2024. március 18.

- Határozzuk meg V térfogatban elhelyezkedő N darab megkülönböztethetetlen részecskéből álló klasszikus ideális gáz
 - $Z(T, N)$ állapotösszegét
 - Számoljuk ki pár reális esetben a termikus de-Broglie hullámhosszt:
 - O_2 molekula: $T = 1K, 273K, r_s = 0.152nm$
 - Hidrogén atom: $T = 100K, r_s = 0.12nm$
 - elektron: $T = 1K, r_s = 0.0000028nm$
 - $F(T, V, N)$ szabadenergiáját,
 - $S(T, N)$ entrópiáját
 - $\langle E \rangle$ átlagos energiáját és
 - C_V hőkapacitásátkanonikus sokaságban!
- Határozzuk meg klasszikus harmonikus oszcillátorra T hőmérsékleten
 - a $Z(T, N)$ kanonikus állapotösszeget,
 - a $\rho(x, p)$ kanonikus eloszlást,
 - Határozzuk meg a $\rho(x)$ hely szerinti marginális eloszlást!
 - Ebből határozzuk meg az $\langle x^2 \rangle$ várható értéket!
 - Határozzuk meg az F szabadenergiát, ebből pedig az entrópiát és a hőkapacitást!
- Tekintsük két részecske dinamikáját T hőmérsékleten kanonikus sokaságban, melyek D rugóállandójú rugóval vannak egymáshoz és a két falhoz rögzítve, nyugalmi állapotban a rugók nyújtatlanok.
 - Írjuk fel a rendszer Hamilton-függvényét a két részecske relatív és tömegközépponti koordinátájának (x és X) és az ezekhez tartozó kanonikus impulzusok (p és P) függvényében!
 - Határozzuk meg a $Z(T)$ állapotösszeget!
 - Határozzuk meg a $\rho(x, X, p, P)$ kanonikus eloszlást!
 - Ebből adjuk meg az energia várhatóértékét!
 - Határozzuk meg a relatív koordináta szerinti marginális eloszlást, $\rho(x)$!
 - Ebből adjuk meg az $\langle x^2 \rangle$ és $\langle x^4 \rangle$ várhatóértékeket!

Példák otthoni gyakorlásra:

- Határozzuk meg V térfogatban elhelyezkedő N darab megkülönböztethetetlen részecskéből álló klasszikus ideális gáz
 - $Z(T, N)$ állapotösszegét,
 - $F(T, V, N)$ szabadenergiáját,
 - p nyomását (*Segítség:* $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T, N}$),
 - $\langle \delta E^2 \rangle$ energia-szórásnégyzetét és határozzuk meg az energia relatív bizonytalanságát, $\frac{\sqrt{\langle \delta E^2 \rangle}}{\langle E \rangle}$ (*Segítség:* $\langle E \rangle = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$, $\langle \delta E^2 \rangle = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2}$)!
- Határozzuk meg klasszikus harmonikus oszcillátorra T hőmérsékleten
 - a $Z(T, N)$ kanonikus állapotösszeget,
 - a $\rho(x, p)$ kanonikus eloszlást,
 - az $\langle x^2 p^2 \rangle$ és
 - a $\langle p^4 \rangle$ átlagértéket!

3. Egy R hosszú klasszikus gömbinga mozgását leíró Hamilton-függvény

$$\mathcal{H}(\vartheta, \varphi, p_\vartheta, p_\varphi) = \frac{p_\vartheta^2}{2mR^2} + \frac{p_\varphi^2}{2mR^2 \sin^2 \vartheta} - mgR \cos \vartheta,$$

ahol $\vartheta = 0$ „polárszög” felel meg az egyensúlyi helyzetnek.

- (a) Számítsuk ki a $Z(T, N)$ kanonikus állapotösszeget T hőmérséklet mellett!
- (b) Írjuk fel a $\rho(\vartheta, \varphi, p_\vartheta, p_\varphi)$ kanonikus sűrűséget!
- (c) Határozzuk meg a centrumhoz képesti függőleges kitéréssel, z -vel bezárt szög szerinti marginális eloszlást, $P(\theta)$!
- (d) Írjuk fel a centrumhoz képesti függőleges kitérés $P(z)$ marginális eloszlását és rajzoljuk fel ezt az eloszlást! (*Segítség:* mutassuk meg, hogy az eredmény $P(\theta) \sim \sin \theta e^{-\beta mgR \cos \theta}$, illetve $P(z) \sim e^{-\beta mgRz} \mathbb{I}[-R, R]$)
- (e) Határozzuk meg az F szabadenergiát (*Segítség:* az eredmény $F \sim -k_B T \ln \left((k_B T)^2 \sinh(\beta mgR) \right)$),
- (f) az S entrópiát,
- (g) az $\langle E \rangle$ átlagos energiát és a C_V hőkapacitást!