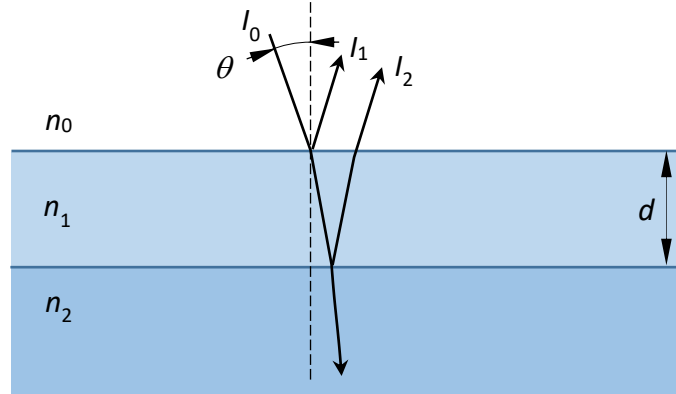


10. GYAKORLAT

Dr. Erdei Gábor, 2023-11-27

1. Tükrözéscsökkentő vékonyréteg vizsgálata kéthullám interferenciával



$n_2 > n_1 > n_0$; $\lambda_0 = 550$ nm, merőleges beesés esetén ($\theta \approx 0$)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (1)$$

$$OPD = n_1 \cdot 2d \quad (2)$$

$$\delta = \Phi_2 - \Phi_1 = \left(OPD \frac{2\pi}{\lambda_0} + \pi \right) - \pi = n_1 \cdot 2d \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (3)$$

A tükrözés csökkentéséhez a két hullámnak ellenfázisban kell találkoznia:

$$\delta = \pi + 2\pi \cdot m \quad ; \quad m \in \mathbb{N} \quad (4)$$

Ha $m = 0$:

$$n_1 \cdot 2d \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0} = \pi \quad \rightarrow \quad n_1 \cdot d = \frac{\lambda_0}{4}. \quad (5)$$

A tökéletes kioltáshoz (destruktív interferencia) a két hullám intenzitásának egyenlőnek kell lennie. Feltételezzük, hogy mindkét felület reflexiója kicsi, így a a beeső nyaláb (I_0) és a második felületen reflektálódó nyaláb is közelítőleg gyengülés nélkül halad át az első felületen.

$$I_1 = I_0 \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right)^2 \quad \text{és} \quad I_2 \approx I_0 \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (6)$$

$$I_1 = I_2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right)^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (7)$$

Mivel mindkét reflexió tényező azonos előjelű:

$$\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (8)$$

$$n_0 n_1 + n_0 n_2 - n_1 n_1 - n_1 n_2 = n_0 n_1 - n_0 n_2 + n_1 n_1 - n_1 n_2 \quad (9)$$

$$n_0 n_2 - n_1 n_1 = -n_0 n_2 + n_1 n_1 \quad (10)$$

$$2n_1 n_1 = 2n_0 n_2 \quad (11)$$

$$n_1 = \sqrt{n_0 n_2}. \quad (12)$$

Ha $n_0 = 1,0$ (levegő), és $n_2 = 1,519$ (Schott BK7 üveg), akkor $n_1 = 1,232$. A MgF_2 törésmutatója 1,379. Ezzel $d = 99,7 \text{ nm}$ (ekkor $\delta = \pi$). A reflektancia:

$$R = \frac{I}{I_0} = \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right)^2 + \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 + 2 \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \cos \delta, \quad (13)$$

ahol most $\cos \delta = -1$ a destruktív interferencia miatt.

$$R = \left(\frac{1 - 1,379}{1 + 1,379} \right)^2 + \left(\frac{1,379 - 1,519}{1,379 + 1,519} \right)^2 - 2 \frac{1 - 1,379}{1 + 1,379} \cdot \frac{1,379 - 1,519}{1,379 + 1,519} = 1,23\%. \quad (14)$$

Azaz a BK7 üveg merőleges beesés esetén mérhető 4% körüli reflektanciáját kb. a negyedére csökkentettük.

2. Diffrakciós rács adott felbontáshoz szükséges periódusának meghatározása

Ha egy lézerdíoda longitudinális módusainak távolsága $\Delta\lambda = 0,05 \text{ nm}$, egy módus hullámhossza $\lambda = 635 \text{ nm}$, akkor milyen rácsállandójú (a) diffrakciós rácsot kell választanunk, hogy a módusokat a rács második rendjében ($m = 2$) a rács fel tudja oldani? A rács mérete legyen $D = 5,0 \text{ mm}$, a közeg, ahol vizsgálódunk pedig levegő ($n = 1$).

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_m \cdot a = m2\pi \quad (15)$$

$m = 2$:

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{a} \quad (16)$$

$$I(\delta) = I_1 \left(\frac{\sin(\delta N/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2 \quad (17)$$

Az első zérushely fázisban mért távolsága ($\Delta\delta$) az m -ik maximumhelytől ($\delta = m2\pi$):

$$\frac{(\Delta\delta + m2\pi)N}{2} = \frac{(m2\pi)N}{2} + \pi \quad (18)$$

$$\Delta\delta N/2 = \pi \rightarrow \Delta\delta = \frac{2\pi}{N} \quad (19)$$

$$\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \sin \theta_2 \cdot a = \frac{2\pi}{N} \quad (20)$$

$$\Delta \sin \theta_2 = \frac{\lambda}{a \cdot N} \quad (21)$$

Mennyivel változik meg az $m = 2$ maximum iránya, ha a hullámhossz $\lambda + \Delta\lambda$?

$$\sin \theta_2 + \Delta \sin \theta_2 = \frac{2(\lambda + \Delta\lambda)}{a} \quad (22)$$

A Rayleigh-kritérium értelmében ez megegyezik az első zérushely előbb kiszámított helyével.

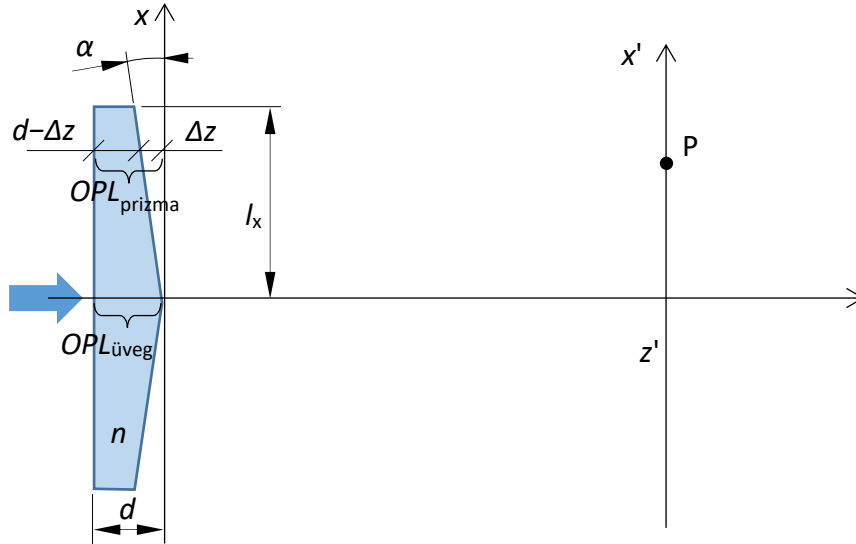
$$\frac{2\lambda}{a} + \frac{\lambda}{a \cdot N} = \frac{2(\lambda + \Delta\lambda)}{a} \quad (23)$$

$$2\lambda + \frac{\lambda}{N} = 2\lambda + 2\Delta\lambda \quad (24)$$

$$\frac{\lambda}{2\Delta\lambda} = N \rightarrow \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} = \frac{D}{a} \rightarrow a = \frac{2D\Delta\lambda}{\lambda} = 0,787 \text{ } \mu\text{m}. \quad (25)$$

Azaz $1/a = 1270 \text{ vp/mm}$ -es rácsot kell használni. A fenti érték ismét közvetlenül megkapható az $\mathcal{R}$ felbontóképesség képletéből (ld. előadás).

3. Fresnel-biprizma távoltéri diffrakciójának meghatározása



$$OPD = OPL_{\text{prizma}} - OPL_{\text{üveg}} \quad (26)$$

Így az optikai tengelyen $OPD = 0$.

$$OPL_{\text{üveg}} = nd \quad (27)$$

$$OPL_{\text{prizma}} = (d - \Delta z)n + \Delta z \quad (28)$$

$$OPD = \Delta z - \Delta z \cdot n = \Delta z(1 - n) = x \tan \alpha \cdot (1 - n) \quad (29)$$

$$E(x) = e^{ik \cdot OPD} = e^{i \frac{2\pi}{\lambda_0} x \tan \alpha \cdot (1-n)}, \quad \text{ha } x \geq 0 \quad (30)$$

$$E(x) = e^{ik \cdot OPD} = e^{-i \frac{2\pi}{\lambda_0} x \tan \alpha \cdot (1-n)}, \quad \text{ha } x < 0 \quad (31)$$

$$b \equiv -\tan \alpha \cdot (1 - n) \quad (32)$$

$$E(x') = \frac{e^{ikz'} \cdot e^{i \frac{kx'^2}{2z'}}}{\sqrt{i\lambda z'}} \int_{\Sigma} E(x) \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} x} dx \quad (33)$$

$$\int_{\Sigma} E(x) \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} x} dx = \int_0^{l_x} e^{-ikbx} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} x} dx + \int_{-l_x}^0 e^{ikbx} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} x} dx \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{l_x} e^{-ikbx} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} x} dx &= \frac{1}{-ikb - i \frac{kx'}{z'}} \left[e^{-ikbx} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} x} \right]_0^{l_x} = \frac{1}{-ikb - i \frac{kx'}{z'}} \left(e^{-ikbl_x} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} l_x} - 1 \right) = \\ &= \frac{1}{-ikb - i \frac{kx'}{z'}} e^{-ikb \frac{l_x}{2}} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} \frac{l_x}{2}} \left(e^{-ikb \frac{l_x}{2}} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} \frac{l_x}{2}} - e^{ikb \frac{l_x}{2}} \cdot e^{i \frac{kx'}{z'} \frac{l_x}{2}} \right) = \\ &= \frac{2}{-kb - \frac{kx'}{z'}} e^{-ikb \frac{l_x}{2}} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} \frac{l_x}{2}} \sin \left(-kb \frac{l_x}{2} - \frac{kx'}{z'} \frac{l_x}{2} \right) = \\ &= \frac{l_x}{\frac{\pi b}{\lambda_0} l_x + \frac{\pi x'}{\lambda_0 z'} l_x} e^{-ikb \frac{l_x}{2}} \cdot e^{-i \frac{kx'}{z'} \frac{l_x}{2}} \sin \left(\frac{\pi b}{\lambda_0} l_x + \frac{\pi x'}{\lambda_0 z'} l_x \right) = \end{aligned}$$

$$= l_x e^{-ikb\frac{l_x}{2}} \cdot e^{-i\frac{kx'}{z'}\frac{l_x}{2}} \text{sinc}\left(\frac{b}{\lambda_0} l_x + \frac{x'}{\lambda_0 z'} l_x\right). \quad (35)$$

A csekély konstans fázistag amiatt lép fel, hogy a prizma felület az $x = l_x/2$ pontban $z = l_x/2 \cdot \tan \alpha$ értéket vesz fel és nem nullát. A lineáris fázistag egy ferde síkhullám hullámfrontja (az optikai tengely metszéspontjában nézve), ami amiatt alakul ki, hogy a prizma felület $l_x/2$ -vel ki van tolva a tengelyből. A sinc eltolása pedig annak felel meg, hogy a kapott diffrakciós folt nem a tengelyben lesz:

$$\frac{x'}{\lambda_0 z'} l_x + \frac{b}{\lambda_0} l_x = 0 \rightarrow \frac{x'}{z'} = -\tan \alpha \cdot (n - 1) \quad (36)$$

Ami tökéletes összhangban van a törési törvénnyel, ha α annyira kicsi, hogy

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha \text{ [rad]}. \quad (37)$$

A (36) egyenlet által meghatározott irányra merőleges hullámfrontok a (33) Fraunhofer-integrál elé kiemelt komplex tényezőben vannak képviselve, a diffraktáló apertúrára centrált gömbhullám formájában. Ha a vizsgáló ernyőn kialakuló diffrakciós foltok távolsága kisebb mint a Nyquist-apertúra, azaz jelentősen átfednek, akkor interferencia lép fel közöttük.

